Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Peter H. Schmitt
Dr. V. Klebanov, Dr. M. Ulbrich, C. Scheben

Formale Systeme, WS 2013/2014

Übungsblatt 7

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 13.12.2013 besprochen.

Aufgabe 1

Zeigen Sie mithilfe des Resolutionskalküls

(a) die Unerfüllbarkeit der Klauselmenge

$$\{\{A, \neg B\}, \{\neg A, \neg B, \neg C\}, \{\neg A, C\}, \{A, B, C\}, \{B, \neg C\}\} \ ,$$

(b) die Allgemeingültigkeit der Formel

$$\neg A \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg D) \vee (D \wedge B) \vee (\neg B \wedge C) \ ,$$

(c) die Allgemeingültigkeit der Formel

$$(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C)) \ .$$

Aufgabe 2

Bei der Wahl eines guten Passworts sei folgendes zu beachten:

(1) Das Passwort muss sicher sein, und man muss es sich merken können. (2) Passwörter beinhalten Zahlen oder Sonderzeichen oder beides. (3) Ist das Passwort kurz und enthält keine Sonderzeichen, dann ist es nicht sicher. (4) Ein Passwort mit Sonderzeichen kann man sich nicht merken. (5) Ein Passwort mit Zahlen muss kurz sein, damit man es sich merken kann.

(a) Formalisieren Sie die Anforderungen an ein Passwort in Aussagenlogik. Verwenden Sie dazu die folgenden aussagenlogischen Variablen mit der angegebenen Bedeutung.

Das Passwort...

Si ist sicher

M kann man sich merken

Z enthält Zahlen

So enthält Sonderzeichen

K ist kurz

(b) Zeigen Sie mit Hilfe des Resolutionskalküls, dass ein solches Passwort nicht existieren kann.

Aufgabe 3

Man könnte versucht sein, zur Verkürzung von Beweisen im Resolutionskalkül zwei Resolutionsanwendungen in einer neuen Regel zusammenzufassen:

$$\frac{C_1 \cup \{P, Q\}, \quad C_2 \cup \{\neg P, \neg Q\}}{C_1 \cup C_2}$$

Zeigen Sie, dass diese Regel nicht korrekt ist.

Aufgabe 4

Wir nennen einen Resolutionsschritt
$$\frac{C_1 \cup \{P\}, C_2 \cup \{\neg P\}}{C_1 \cup C_2}$$
einen *negativen Resolutionschritt* wenn die Klausel $C_2 \cup \{\neg P\}$ nur negative Literale enthält.

Beweisen oder widerlegen Sie die Vollständigkeit einer Variante des Resolutionskalküls, bei der nur negative Resolutionsschritte erlaubt sind.

Aufgabe 5

Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der folgenden Klauselmenge mittels des Resolutionskalküls:

$$\begin{array}{lll} \{ \ \{p(x_1, f(x_1))\}, & \{\neg p(x_2, x_3), \neg p(x_3, x_4), p(x_2, x_4)\}, & \{p(g(d), x_8)\}, \\ \quad \{\neg p(c, c), \neg p(d, g(x_7))\}, & \{p(x_5, x_6), \neg p(x_6, x_5)\} & \ \} \end{array}$$

Darin sind p ein zweistelliges Prädikatensymbol, $x_1, \ldots, x_8$ Variablen, f, g einstellige Funktionssymbole und c, d Symbole für konstante Funktionen.

Geben Sie für alle Resolutionsschritte den verwendeten Unifikator an.

Aufgabe 6

Betrachten wir - nur für diese Übungsaufgabe - die folgende geänderte Version der Definition von $Res(M)$ aus Definition 5.23 im Skript:

$$Res'(M) = \ \{B \mid \text{ es gibt Klauseln } C_1, C_2 \text{ aus } M, \text{ so dass } B \text{ eine Resolvente von } C_1, C_2 \text{ ist.}\}$$

Gegenüber der offiziellen Definition ist die Variantenbildung, d.h. die Umbennung der Variablen in C_1, C_2, weggefallen. Wie wird dadurch Korrektheit und Vollständigkeit des Kalküls beeinflußt? Geben Sie ein Beispiel an, das dies belegt.