Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Peter H. Schmitt
Dr. V. Klebanov, Dr. M. Ulbrich, C. Scheben

Formale Systeme, WS 2013/2014

Übungsblatt 2

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 15.11.2013 besprochen.

Aufgabe 1

Gegeben sei die Formel

$$A = (P \land \neg Q \land R) \lor (\neg P \land Q \land R) \lor (P \land Q \land R) \lor (P \land \neg Q \land \neg R) \lor (\neg P \land Q \land \neg R) \ .$$

Zeigen Sie, dass die Normalformen

$$\begin{aligned} A' &= (P \land \neg Q) \lor (\neg P \land Q) \lor (P \land R) \\ A'' &= (P \land \neg Q) \lor (\neg P \land Q) \lor (Q \land R) \end{aligned}$$

äquivalent zu A sind.

Aufgabe 2

Für $n \in \mathbb{N}$ ist die Formel

$$A_n = P_1 \leftrightarrow P_2 \leftrightarrow P_3 \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow P_{n-1} \leftrightarrow P_n$$

gegeben. Sei A_n^{kknf} eine zu A_n erfüllbarkeitsäquivalente Formel in kurzer KNF. Dabei sei die kurze KNF mit einer geringfügigen Modifikation des Verfahrens aus der Vorlesung hergestellt worden, bei dem für je eine Äquivalenz zwischen zwei Atomen ein neues Atom Q_i eingeführt wird.

(a) Geben Sie A_4^{kknf} an.

(b) Wie viele Disjunktionen enthält A_n^{kknf}?

Aufgabe 3

Geben Sie den reduzierten Shannon Graphen (BDD) an, der äquivalent ist zu der sh-Formel

$$sh(P_3, P_2, P_1)$$

und die Ordnung $P_1 < P_2 < P_3$ auf den aussagenlogischen Variablen respektiert.

Aufgabe 4

Gegeben sei für $n \in \mathbb{N}$ die **Paritätsfunktion**[1] $f_n : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ durch

$$f_n(P_1, P_2, \ldots, P_n) = \begin{cases} 1 & \text{falls die Summe } P_1 + \cdots + P_n \text{ ungerade ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie einen reduzierten Shannongraphen für die Funktion f_4 an.

[1] Streng genommen müsste diese Funktion auf der Menge $\{F, W\}$ operieren, aber die Formulierbarkeit als Summe legt diese etwas andere Schreibweise nahe.