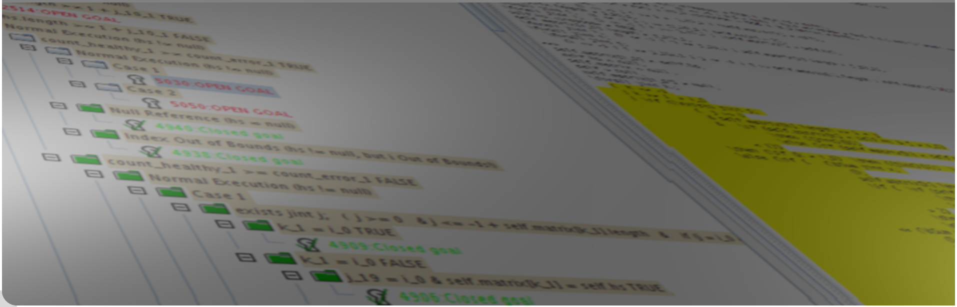
Formale Systeme

Termersetzungssysteme
Prof. Dr. Peter H. Schmitt

KIT – Institut für Theoretische Informatik



Termersetzungssysteme

Definition

Termersetzungssysteme sind spezielle Reduktionssysteme.
Ist E eine endliche Menge von Gleichungen über der Signatur Σ, dann nennen wir das Reduktionssystem

$$(Term_\Sigma, \overset{1}{\to}_E)$$

ein *Termersetzungssystem*.
Da dieses durch Σ und E eindeutig bestimmt ist, sprechen wir kürzer vom *Termersetzungssystem* (Σ, E).

Kanonisches Termersetzungssysteme

Theorem

(Σ, E) *sei ein kanonisches Termersetzungssystem.*

1. *Zu jedem Term t gibt es genau einen irreduziblen Term $irr(t)$ mit $t \to_E irr(t)$.*
2. *Für beliebige Terme s, t gilt:*

$$E \models s \doteq t \Leftrightarrow irr(s) = irr(t).$$

3. *Die Gültigkeit einer Gleichung in der Theorie von E ist entscheidbar.*

Spezialfall des Satzes über kanonische Reduktionssysteme.

Ein einfaches kanonisches Termersetzungssystem

E_{GBT} :

$$\begin{array}{rclrcl}
0 \wedge x & = & 0 & 1 \wedge x & = & x \\
x \wedge 0 & = & 0 & x \wedge 1 & = & x \\
0 \vee x & = & x & 1 \vee x & = & 1 \\
x \vee 0 & = & x & x \vee 1 & = & 1
\end{array}$$

Für jeden variablenfreien Booleschen Term t gilt

$$t \rightarrow_{E_{GBT}} 0$$

oder

$$t \rightarrow_{E_{GBT}} 1.$$

Ein kanonisches Termersetzungssystem

2. Beispiel

E_{Group} :

$$
\begin{array}{lcl@{\qquad\qquad}lcl}
0 + x & \to & x & (x + y) + z & \to & x + (y + z) \\
x + 0 & \to & x & i(x) + (x + y) & \to & y \\
i(x) + x & \to & 0 & x + (i(x) + y) & \to & y \\
x + i(x) & \to & 0 & i(x + y) & \to & i(y) + i(x) \\
i(0) & \to & 0 & i(i(x)) & \to & x
\end{array}
$$