Formale Systeme

Prof. P.H. Schmitt

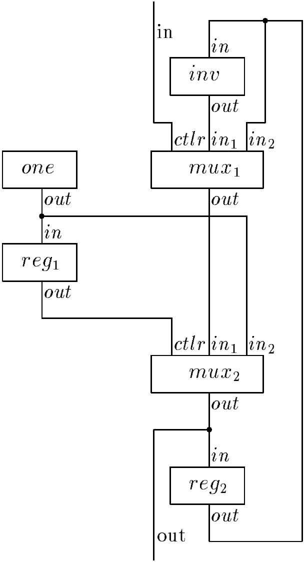
Fakultät für Informatik
Universität Karlsruhe (TH)

Winter 2007/2008

Anwendungen der Aussagenlogik

1. Beschreibung von Schaltkreisen
2. Wissensrepräsentation

Schaltkreis für einen parity checker



Quelle: M. J. C. Gordon in *HOL: A Proof Generating System for Higher-Order Logic*.

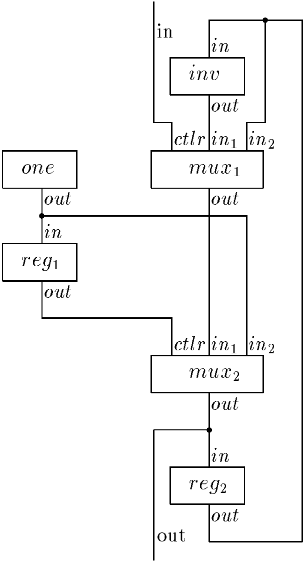
In *reg*$_2$ wird „1“ gespeichert,

falls in der Folge der über *in* bisher empfangenen Eingaben eine gerade Anzahl von Einsen enthalten war,

sonst „0“.

Schaltkreis für einen parity checker

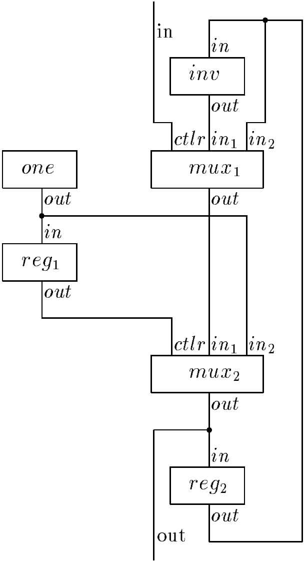
Erklärung



- *one* ist ein Modul der konstant den Wert „1“liefert.
- reg_1 wird nur benötigt um auch bei der Eingabefolge der Länge 0 den korrekten Wert „1“in reg_2 zu erzeugen.
- Die beiden Register *reg*0 und *reg*1 haben den Initialwert 0.

Aussagenlogische Beschreibung

zu einem festen Zeitpunkt t



$$
\begin{array}{lcl}
out & \leftrightarrow & mux_2.out \\
mux_2.out & \leftrightarrow & (reg_1.out \land mux_1.out) \\
 & & \lor \\
 & & (\neg reg_1.out \land one.out) \\
one.out & \leftrightarrow & 1 \\
mux_1.out & \leftrightarrow & (in \land inv.out) \lor \\
 & & (\neg in \land reg_2.out) \\
inv.out & \leftrightarrow & \neg reg_2.out
\end{array}
$$

Schaltkreisbeschreibung

$reg_1 = reg_2$ *zum Zeitpunkt* t

$$
\begin{array}{lcl}
out & \leftrightarrow & mux_2.out \\
mux_2.out & \leftrightarrow & mux_1.out \\
mux_1.out & \leftrightarrow & (in \land inv.out) \lor \neg in \\
inv.out & \leftrightarrow & 0
\end{array}
$$

und weiter:

$$
\begin{array}{lcl}
out & \leftrightarrow & mux_2.out \\
mux_2.out & \leftrightarrow & mux_1.out \\
mux_1.out & \leftrightarrow & \neg in
\end{array}
$$

i.e.

$$out \quad \leftrightarrow \quad \neg in$$

Ist $in = 1$, dann wechselt zum Zeitpunkt $t + 1$ der Wert von reg_2 zu „0“.
Ist $in = 0$, dann bleibt der Wert von reg_2 zum Zeitpunkt $t + 1$ unverändert.

Schaltkreisbeschreibung

$reg_1 \neq reg_2$ zum Zeitpunkt t

$$\begin{array}{lcl} out & \leftrightarrow & mux_2.out \\ mux_2.out & \leftrightarrow & mux_1.out \\ mux_1.out & \leftrightarrow & in \wedge inv.out \\ inv.out & \leftrightarrow & 1 \end{array}$$

und weiter zu:

$$out \leftrightarrow in$$

Wissensrepräsentation/Logelei

Aus: Lewis Carrol. *Symbolic Logic*. Dover Publ. 1958

The Lion and the Unicorn

When Alice entered the forest of forgetfullness, she did not forget everything, only certain things. She often forgot her name, and the most likely thing for her to forget was the day of the week. Now, the lion and the unicorn were frequent visitors to this forest. These two are strange creatures. The lion lies on Mondays, Tuesdays and Wednesdays and tells the truth on the other days of the week. The unicorn, on the other hand, lies on Thursdays, Fridays and Saturdays, but tells the thruth on all the other days of the week.
One day Alice met the lion and the unicorn resting under a tree. They made the following statements:

lion : Yesterday was one of my lying days.
unicorn: Yesterday was one of my lying days.

From these statements, Alice, who was a bright girl, was able to deduce the day of the week. What was it?

Vokabular

Wir benutzen die folgenden Aussagenvariablen:

$$\begin{array}{l} Mo, Di, Mi, Do, Fr, Sa, So \\ GMo, GDi, GMi, GDo, GFr, GSa, GSo \\ LW \\ EW \end{array}$$

mit der intendierten Bedeutung

X	ist wahr, gdw	heute Xtag ist
GX	ist wahr, gdw	gestern Xtag war
LW	ist wahr, gdw	der Löwe die Wahrheit sagt.
EW	ist wahr, gdw	das Einhorn die Wahrheit sagt.

Aussagenlogische Formulierung

$Mo \leftrightarrow \neg(Di \vee Mi \vee Do \vee Fr \vee Sa \vee So)$
$Di \leftrightarrow \neg(Mo \vee Mi \vee Do \vee Fr \vee Sa \vee So)$
$Mi \leftrightarrow \neg(Mo \vee Di \vee Do \vee Fr \vee Sa \vee So)$
$Do \leftrightarrow \neg(Mo \vee Di \vee Mi \vee Fr \vee Sa \vee So)$
$Fr \leftrightarrow \neg(Mo \vee Di \vee Mi \vee Do \vee Sa \vee So)$
$Sa \leftrightarrow \neg(Mo \vee Di \vee Mi \vee Do \vee Fr \vee So)$
$So \leftrightarrow \neg(Mo \vee Di \vee Mi \vee Do \vee Fr \vee Sa)$
$GMo \leftrightarrow Di$
$GDi \leftrightarrow Mi$
$GMi \leftrightarrow Do$
$GDo \leftrightarrow Fr$
$GFr \leftrightarrow Sa$
$GSa \leftrightarrow So$
$GSo \leftrightarrow Mo$
$\neg LW \leftrightarrow Mo \vee Di \vee Mi$
$\neg EW \leftrightarrow Do \vee Fr \vee Sa$
$LW \rightarrow GMo \vee GDi \vee GMi$
$EW \rightarrow GDo \vee GFr \vee GSa$

Lösung

Die Lösung ist „Donnerstag“.