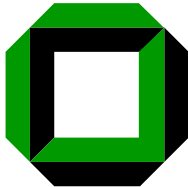


Formale Systeme

Prof. P.H. Schmitt

Fakultät für Informatik
Universität Karlsruhe (TH)

Winter 2007/2008



Disjunktive und Konjunktive Normalform

- ① Ein **Literal** ist ein Atom oder ein negiertes Atom



Disjunktive und Konjunktive Normalform

- ① Ein **Literal** ist ein Atom oder ein negiertes Atom
- ② Eine Formel ist in **disjunktiver Normalform** (DNF), wenn sie Disjunktion von Konjunktionen von Literalen ist.



Disjunktive und Konjunktive Normalform

- ① Ein **Literal** ist ein Atom oder ein negiertes Atom
- ② Eine Formel ist in **disjunktiver Normalform** (DNF), wenn sie Disjunktion von Konjunktionen von Literalen ist.
- ③ Eine Formel ist in **konjunktiver Normalform** (KNF), wenn sie Konjunktion von Disjunktionen von Literalen ist.



Fakten

- ① Zu jeder aussagenlogischen Formel A gibt es eine logisch äquivalente in disjunktiver Normalform und ebenso eine logisch äquivalente in konjunktiver Normalform.



Fakten

- ① Zu jeder aussagenlogischen Formel A gibt es eine logisch äquivalente in disjunktiver Normalform und ebenso eine logisch äquivalente in konjunktiver Normalform.
- ② Die Algorithmen zur Herstellung beider Normalformen ergeben sich unmittelbar aus elementaren Tautologien.



Fakten

- ① Zu jeder aussagenlogischen Formel A gibt es eine logisch äquivalente in disjunktiver Normalform und ebenso eine logisch äquivalente in konjunktiver Normalform.
- ② Die Algorithmen zur Herstellung beider Normalformen ergeben sich unmittelbar aus elementaren Tautologien.
- ③ Ist die Wahrheitstafel einer Formel gegeben, so lassen sich disjunktive und konjunktive Normalform aus dieser „direkt“ ablesen.



Fakten

- 1 Zu jeder aussagenlogischen Formel A gibt es eine logisch äquivalente in disjunktiver Normalform und ebenso eine logisch äquivalente in konjunktiver Normalform.
- 2 Die Algorithmen zur Herstellung beider Normalformen ergeben sich unmittelbar aus elementaren Tautologien.
- 3 Ist die Wahrheitstafel einer Formel gegeben, so lassen sich disjunktive und konjunktive Normalform aus dieser „direkt“ ablesen.
- 4 Disjunktive und konjunktive Normalform einer Formel sind nicht eindeutig.



Fakten

- 1 Zu jeder aussagenlogischen Formel A gibt es eine logisch äquivalente in disjunktiver Normalform und ebenso eine logisch äquivalente in konjunktiver Normalform.
- 2 Die Algorithmen zur Herstellung beider Normalformen ergeben sich unmittelbar aus elementaren Tautologien.
- 3 Ist die Wahrheitstafel einer Formel gegeben, so lassen sich disjunktive und konjunktive Normalform aus dieser „direkt“ ablesen.
- 4 Disjunktive und konjunktive Normalform einer Formel sind nicht eindeutig.
- 5 Es gibt effiziente Methoden zur Minimierung von DNF und KNF.



Beispiel zur exponentielle Länge der KNF

Um zu prüfen, ob

$$A_n = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge \dots \wedge (\neg P_{n,1} \vee \neg P_{n,2})$$

eine Tautologie ist,



Beispiel zur exponentielle Länge der KNF

Um zu prüfen, ob

$$A_n = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge \dots \wedge (\neg P_{n,1} \vee \neg P_{n,2})$$

eine Tautologie ist, wird die Unerfüllbarkeit von

$$\neg A_n = (P_{1,1} \wedge P_{1,2}) \vee \dots \vee (P_{n,1} \wedge P_{n,2})$$

geprüft.



Beispiel zur exponentielle Länge der KNF

Um zu prüfen, ob

$$A_n = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge \dots \wedge (\neg P_{n,1} \vee \neg P_{n,2})$$

eine Tautologie ist, wird die Unerfüllbarkeit von

$$\neg A_n = (P_{1,1} \wedge P_{1,2}) \vee \dots \vee (P_{n,1} \wedge P_{n,2})$$

geprüft. Die konjunktive Normalform von $\neg A_n$ ist:

$$\bigwedge \{P_{1,f(1)} \vee \dots \vee P_{n,f(n)} \mid f : 1, \dots, n \rightarrow 1, 2\}.$$



Fortsetzung des Beispiels

Für $n = 3$ ist das:

$$\begin{aligned} & (P_{1,1} \vee P_{2,1} \vee P_{3,1}) \wedge (P_{1,1} \vee P_{2,1} \vee P_{3,2}) \wedge \\ & (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1}) \wedge (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,2}) \wedge \\ & (P_{1,2} \vee P_{2,1} \vee P_{3,1}) \wedge (P_{1,2} \vee P_{2,1} \vee P_{3,2}) \wedge \\ & (P_{1,2} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1}) \wedge (P_{1,2} \vee P_{2,1} \vee P_{3,2}) \wedge \end{aligned}$$

In $\neg A_n$ treten $2 * n$ Literale auf, in der KNF $n * 2^n$.



Konstruktion der kurzen KNF

Allgemeines Beispiel

Eingabe: $\neg A_n = \neg((\neg P_{1,1} \wedge \neg P_{1,2}) \vee \dots \vee (\neg P_{n,1} \wedge \neg P_{n,2}))$

1.Schritt (Einführung neuer Atome):

$$Q_1 \quad \leftrightarrow \quad \neg P_{1,1} \wedge \neg P_{1,2}$$

...

$$Q_i \quad \leftrightarrow \quad \neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}$$

...

$$Q_n \quad \leftrightarrow \quad \neg P_{n,1} \wedge \neg P_{n,2}$$



Konstruktion der kurzen KNF

Allgemeines Beispiel

Eingabe: $\neg A_n = \neg((\neg P_{1,1} \wedge \neg P_{1,2}) \vee \dots \vee (\neg P_{n,1} \wedge \neg P_{n,2}))$

1.Schritt (Einführung neuer Atome):

$$Q_1 \quad \leftrightarrow \quad \neg P_{1,1} \wedge \neg P_{1,2}$$

...

$$Q_i \quad \leftrightarrow \quad \neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}$$

...

$$Q_n \quad \leftrightarrow \quad \neg P_{n,1} \wedge \neg P_{n,2}$$

$$Q_{n+1} \quad \leftrightarrow \quad Q_1 \vee Q_2$$

$$Q_{n+2} \quad \leftrightarrow \quad Q_{n+1} \vee Q_3$$

...

$$Q_{2n-1} \quad \leftrightarrow \quad Q_{2n-2} \vee Q_n$$



Konstruktion der kurzen KNF

Allgemeines Beispiel

Eingabe: $\neg A_n = \neg((\neg P_{1,1} \wedge \neg P_{1,2}) \vee \dots \vee (\neg P_{n,1} \wedge \neg P_{n,2}))$

1.Schritt (Einführung neuer Atome):

$$\begin{array}{ll} Q_1 & \leftrightarrow \neg P_{1,1} \wedge \neg P_{1,2} \\ \dots & \dots \\ Q_i & \leftrightarrow \neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2} \\ \dots & \dots \\ Q_n & \leftrightarrow \neg P_{n,1} \wedge \neg P_{n,2} \\ Q_{n+1} & \leftrightarrow Q_1 \vee Q_2 \\ Q_{n+2} & \leftrightarrow Q_{n+1} \vee Q_3 \\ \dots & \dots \\ Q_{2n-1} & \leftrightarrow Q_{2n-2} \vee Q_n \\ \neg A_n & \leftrightarrow \neg Q_{2n-1} \end{array}$$



2.Schritt (Auflösung der Äquivalenzen)

aus	wird
...	...
$Q_i \leftrightarrow \neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}$	$\neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2})$ $\quad \quad \quad \wedge$ $Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2}$



2.Schritt (Auflösung der Äquivalenzen)

aus	wird
...	...
$Q_i \leftrightarrow \neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}$	$\neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2})$
	$\wedge$
	$Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2}$
...	...



2.Schritt (Auflösung der Äquivalenzen)

aus	wird
...	...
$Q_i \leftrightarrow \neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}$	$\neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2})$ $\wedge$ $Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2}$
...	...
$Q_{n+1} \leftrightarrow Q_1 \vee Q_2$	$\neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2$ $\wedge$ $Q_{n+1} \vee \neg(Q_1 \vee Q_2)$



2.Schritt (Auflösung der Äquivalenzen)

aus	wird
...	...
$Q_i \leftrightarrow \neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}$	$\neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2})$ $\wedge$ $Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2}$
...	...
$Q_{n+1} \leftrightarrow Q_1 \vee Q_2$	$\neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2$ $\wedge$ $Q_{n+1} \vee \neg(Q_1 \vee Q_2)$
...	...
$Q_{2n-1} \leftrightarrow Q_{2n-2} \vee Q_n$	$\neg Q_{2n-1} \vee Q_{2n-2} \vee Q_n$ $\wedge$ $Q_{2n-1} \vee \neg(Q_{2n-2} \vee Q_n)$



2.Schritt (Auflösung der Äquivalenzen)

aus	wird
...	...
$Q_i \leftrightarrow \neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}$	$\neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2})$ $\wedge$ $Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2}$
...	...
$Q_{n+1} \leftrightarrow Q_1 \vee Q_2$	$\neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2$ $\wedge$ $Q_{n+1} \vee \neg(Q_1 \vee Q_2)$
...	...
$Q_{2n-1} \leftrightarrow Q_{2n-2} \vee Q_n$	$\neg Q_{2n-1} \vee Q_{2n-2} \vee Q_n$ $\wedge$ $Q_{2n-1} \vee \neg(Q_{2n-2} \vee Q_n)$
$\neg A_n$	$\neg Q_{2n-1}$



3. Schritt (konjunktive Normalform):

aus		wird
$\dots$	$\left \begin{array}{c} \dots \\ (\neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2})) \end{array} \right.$	$\dots$
$\neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2})$		$(\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \wedge (\neg Q_i \vee \neg P_{i,1})$



3. Schritt (konjunktive Normalform):

aus	wird
$\dots$ $\neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2})$ $Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2}$	$\dots$ $(\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \wedge (\neg Q_i \vee \neg P_{i,2})$ $Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2}$



3. Schritt (konjunktive Normalform):

aus

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \\ \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \end{array}$$

wird

$$\begin{array}{l} \dots \\ (\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \wedge (\neg Q_i \vee \neg P_{i,2}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \\ \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \end{array}$$



3. Schritt (konjunktive Normalform):

aus

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \\ Q_{n+1} \vee \neg(Q_1 \vee Q_2) \end{array}$$

wird

$$\begin{array}{l} \dots \\ (\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \wedge (\neg Q_i \vee \neg P_{i,2}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \\ (Q_{n+1} \vee \neg Q_1) \wedge (Q_{n+1} \vee \neg Q_2) \end{array}$$



3. Schritt (konjunktive Normalform):

aus

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \\ Q_{n+1} \vee \neg(Q_1 \vee Q_2) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_{2n-1} \vee Q_{2n-2} \vee Q_n \end{array}$$

wird

$$\begin{array}{l} \dots \\ (\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \wedge (\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \\ (Q_{n+1} \vee \neg Q_1) \wedge (Q_{n+1} \vee \neg Q_2) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_{2n-1} \vee Q_{2n-2} \vee Q_n \end{array}$$



3. Schritt (konjunktive Normalform):

aus

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \\ \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \\ Q_{n+1} \vee \neg(Q_1 \vee Q_2) \\ \dots \\ \neg Q_{2n-1} \vee Q_{2n-2} \vee Q_n \\ Q_{2n-1} \vee \neg(Q_{2n-2} \vee Q_n) \end{array}$$

wird

$$\begin{array}{l} \dots \\ (\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \wedge (\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \\ \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \\ (Q_{n+1} \vee \neg Q_1) \wedge (Q_{n+1} \vee \neg Q_2) \\ \dots \\ \neg Q_{2n-1} \vee Q_{2n-2} \vee Q_n \\ (Q_{2n-1} \vee \neg Q_{2n-2}) \wedge (Q_{2n-1} \vee Q_n) \end{array}$$



3. Schritt (konjunktive Normalform):

aus

$$\begin{array}{l} \dots \\ \neg Q_i \vee (\neg P_{i,1} \wedge \neg P_{i,2}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \\ \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \\ Q_{n+1} \vee \neg(Q_1 \vee Q_2) \\ \dots \\ \neg Q_{2n-1} \vee Q_{2n-2} \vee Q_n \\ Q_{2n-1} \vee \neg(Q_{2n-2} \vee Q_n) \\ \neg A_n \end{array}$$

wird

$$\begin{array}{l} \dots \\ (\neg Q_i \vee \neg P_{i,1}) \wedge (\neg Q_i \vee \neg P_{i,2}) \\ Q_i \vee P_{i,1} \vee P_{i,2} \\ \dots \\ \neg Q_{n+1} \vee Q_1 \vee Q_2 \\ (Q_{n+1} \vee \neg Q_1) \wedge (Q_{n+1} \vee \neg Q_2) \\ \dots \\ \neg Q_{2n-1} \vee Q_{2n-2} \vee Q_n \\ (Q_{2n-1} \vee \neg Q_{2n-2}) \wedge (Q_{2n-1} \vee Q_n) \\ \neg Q_{2n-1} \end{array}$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$



Konstruktion der kurzen KNF

Konkretes Beispiel

Eingabe: $A_3 = (\neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}) \wedge (\neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2})$

Berechne KNF für $\neg A_3$

1.Schritt:

$$Q_1 \leftrightarrow \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_2 \leftrightarrow \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_3 \leftrightarrow \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_4 \leftrightarrow Q_1 \wedge Q_2$$

$$Q_5 \leftrightarrow Q_4 \wedge Q_3$$

$$\neg Q_5$$

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$(Q_2 \vee P_{2,1}) \wedge (Q_2 \vee P_{2,2})$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$(Q_2 \vee P_{2,1}) \wedge (Q_2 \vee P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$(Q_2 \vee P_{2,1}) \wedge (Q_2 \vee P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$(Q_3 \vee P_{3,1}) \wedge (Q_3 \vee P_{3,2})$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$(Q_2 \vee P_{2,1}) \wedge (Q_2 \vee P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$(Q_3 \vee P_{3,1}) \wedge (Q_3 \vee P_{3,2})$$

$$(\neg Q_4 \vee Q_1) \wedge (\neg Q_4 \vee Q_2)$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$(Q_2 \vee P_{2,1}) \wedge (Q_2 \vee P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$(Q_3 \vee P_{3,1}) \wedge (Q_3 \vee P_{3,2})$$

$$(\neg Q_4 \vee Q_1) \wedge (\neg Q_4 \vee Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$(Q_2 \vee P_{2,1}) \wedge (Q_2 \vee P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$(Q_3 \vee P_{3,1}) \wedge (Q_3 \vee P_{3,2})$$

$$(\neg Q_4 \vee Q_1) \wedge (\neg Q_4 \vee Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$(\neg Q_5 \vee Q_4) \wedge (\neg Q_5 \vee Q_3)$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$(Q_2 \vee P_{2,1}) \wedge (Q_2 \vee P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$(Q_3 \vee P_{3,1}) \wedge (Q_3 \vee P_{3,2})$$

$$(\neg Q_4 \vee Q_1) \wedge (\neg Q_4 \vee Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$(\neg Q_5 \vee Q_4) \wedge (\neg Q_5 \vee Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$



Konstruktion der kurzen KNF (Forts.)

2.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$Q_1 \vee (P_{1,1} \wedge P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$Q_2 \vee (P_{2,1} \wedge P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$Q_3 \vee (P_{3,1} \wedge P_{3,2})$$

$$\neg Q_4 \vee (Q_1 \wedge Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$\neg Q_5 \vee (Q_4 \wedge Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$

3.Schritt:

$$\neg Q_1 \vee \neg P_{1,1} \vee \neg P_{1,2}$$

$$(Q_1 \vee P_{1,1}) \wedge (Q_1 \vee P_{1,2})$$

$$\neg Q_2 \vee \neg P_{2,1} \vee \neg P_{2,2}$$

$$(Q_2 \vee P_{2,1}) \wedge (Q_2 \vee P_{2,2})$$

$$\neg Q_3 \vee \neg P_{3,1} \vee \neg P_{3,2}$$

$$(Q_3 \vee P_{3,1}) \wedge (Q_3 \vee P_{3,2})$$

$$(\neg Q_4 \vee Q_1) \wedge (\neg Q_4 \vee Q_2)$$

$$Q_4 \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2$$

$$(\neg Q_5 \vee Q_4) \wedge (\neg Q_5 \vee Q_3)$$

$$Q_5 \vee \neg Q_4 \vee \neg Q_3$$

$$\neg Q_5$$



Satz

Theorem

Zu jeder aussagenlogischen Formel A mit n Literalvorkommen gibt es eine konjunktive Normalform A_{kknf} , so dass



Satz

Theorem

Zu jeder aussagenlogischen Formel A mit n Literalvorkommen gibt es eine konjunktive Normalform A_{kknf} , so dass

- 1 A ist erfüllbar gdw A_{kknf} erfüllbar ist.



Satz

Theorem

Zu jeder aussagenlogischen Formel A mit n Literalvorkommen gibt es eine konjunktive Normalform A_{kknf} , so dass

- ① A ist erfüllbar gdw A_{kknf} erfüllbar ist.*
- ② A_{kknf} enthält höchstens $c * n$ Literalvorkommen für eine von n unabhängige Konstante c .*

