Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Peter H. Schmitt
Dr. V. Klebanov, Dr. M. Ulbrich, C. Scheben

Formale Systeme, WS 2013/2014

Übungsblatt 6

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 13.12.2013 besprochen.

Aufgabe 1

(a) Zeigen Sie mit Hilfe des Hilbertkalküls aus der Vorlesung die Aussage

$$\models \neg A \to (A \to B)\ . \tag{1}$$

Verwenden Sie dabei das in der Vorlesung vorgestellte Deduktionstheorem.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe des Hilbertkalküls aus der Vorlesung die Aussage

$$\models (\neg A \to A) \to A\ .$$

Sie können in der Ableitung die Aussage (1) aus (a) als Axiom verwenden.

Hinweis: Diese Teilaufgabe ist kniffliger als (a). Es empfiehlt sich bei der Ableitung mit Gleichung (1) zu beginnen, worin B durch einen geeigneten Term ersetzt wurde.

Aufgabe 2

Gegeben sei eine Landkarte mit L Ländern, die mit den Zahlen von 0 bis $L-1$ bezeichnet werden. Die binäre Relation $Na(i,j)$ trifft auf zwei Länder i und j zu $(0 \leq i,j < L)$, wenn sie benachbart sind. Die Landkarte soll nun mit den **drei** Farben *rot*, *grün* und *blau* so eingefärbt werden, dass keine zwei benachbarten Länder dieselbe Farbe erhalten.

Geben Sie eine Menge F von aussagenlogischen Formeln an, so dass F genau dann erfüllbar ist, wenn eine Färbung der geforderten Art möglich ist.

Aufgabe 3

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik:

(a) Wenn jeder arme Mensch einen reichen Vater hat, dann gibt es einen reichen Menschen, der einen reichen Großvater hat.

(b) In einer Bar gibt es stets eine Person P, so daß, falls P etwas trinkt, alle anwesenden Personen etwas trinken.

(c) Jeder Barbier rasiert alle Personen, außer denen, die sich selbst rasieren.