Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theoretische Informatik
Prof. Dr. Peter H. Schmitt
Dr. V. Klebanov, Dr. M. Ulbrich, C. Scheben

Formale Systeme, WS 2013/2014

Übungsblatt 12

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 07.02.2014 besprochen.

Im Folgenden wird der Operator **V** verwendet, wie er in der Vorlesung definiert wurde. Dieser Operator wird bisweilen auch **Release-Operator** genannt, weil die Semantik von $A\,\mathbf{V}\,B$ gerade ist, dass B gelten muss, bis A gilt, also A löst B ("A releases B").

Aufgabe 1

Überprüfen Sie, ob folgende LTL-Formeln in allen ω-Strukturen gelten. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $(A \vee B)\,\mathbf{U}\,C \;\leftrightarrow\; (A\,\mathbf{U}\,C) \vee (B\,\mathbf{U}\,C)$

(b) $A\,\mathbf{V}\,(B \wedge C) \;\rightarrow\; (A\,\mathbf{V}\,B) \wedge (A\,\mathbf{V}\,C)$

(c) $(A\,\mathbf{V}\,B) \wedge (A\,\mathbf{V}\,C) \;\rightarrow\; A\,\mathbf{V}\,(B \wedge C)$

$$\begin{array}{rcl}
V &=& \{\emptyset, \{p\}, \{q\}, \{p,q\}\} \\
P &=& \{\{p\}, \{p,q\}\} \\
\overline{P} &=& \{\emptyset, \{q\}\} \\
Q &=& \{\{q\}, \{p,q\}\} \\
\overline{Q} &=& \{\emptyset, \{p\}\} \\
PQ &=& \{\{p,q\}\}
\end{array}$$

Abbildung 1: Mengenschreibweise

Aufgabe 2

Gegeben sei die Signatur $\Sigma = \{p, q\}$. Geben Sie für die folgenden LTL-Formeln φ je einen Büchi-Automaten $\mathcal{A}_\varphi$ über dem Alphabet $V = \mathbb{P}(\Sigma)$ an[1], so dass $L^\omega(\mathcal{A}_\varphi) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \varphi\}$ gilt. Sie können die Mengenschreibweise aus Abb. 1 verwenden.

(a) $\varphi_a = \Diamond(p\,\mathbf{U}\,q)$

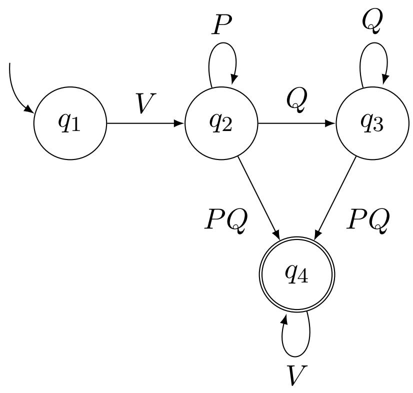
(b) $\varphi_b = \Box(p\,\mathbf{V}\,q)$

(c) $\varphi_c = \Diamond\Box p \rightarrow \Diamond\Box q$

[1] $\mathbb{P}(S)$ steht hier für die Potenzmenge von S.

Aufgabe 3

Seien Σ und V wie in Aufgabe 2 und der folgende Automat $\mathcal{B}$ gegeben. Die Mengenschreibweise ist in Abb. 1 definiert. Geben Sie eine LTL-Formel ψ an, so dass $L^\omega(\mathcal{B}) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \psi\}$ gilt.



Aufgabe 4

Seien Σ und V wie in Aufgabe 2, und die Mengenschreibweise wie in Abb. 1.

Eine omega-Struktur heißt **schwach fair**, falls gilt: Wenn von einem Zeitpunkt an P immer gilt, dann wird Q unendlich oft wahr.

(a) Geben Sie eine LTL-Formel χ_1 an, so dass χ_1 in einer omega-Struktur $K = (\mathbb{N}, <, \xi)$ genau dann wahr ist, wenn K schwach fair ist.

(b) Geben Sie einen Büchiautomaten $\mathcal{A}_{\chi_1}$ über V an, so dass $L^\omega(\mathcal{A}_{\chi_1}) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \chi_1\}$ gilt.

Eine omega-Struktur heißt **(stark) fair**, falls gilt: Wenn von einem Zeitpunkt an P unendlich oft gilt, dann wird Q unendlich oft wahr.

(c) Geben Sie eine LTL-Formel χ_2 an, so dass χ_2 in einer omega-Struktur $K = (\mathbb{N}, <, \xi)$ genau dann wahr ist, wenn K fair ist.

(d) Geben Sie einen Büchiautomaten $\mathcal{A}_{\chi_2}$ über V an, so dass $L^\omega(\mathcal{A}_{\chi_2}) = \{\xi \in V^\omega : \xi \models \chi_2\}$ gilt.